

Autômatos de Pilha

Autômato de Pilha

- Modelo genérico de reconhecedor
 - reconhecimento de linguagens livres de contexto
- Têm o seu poder de reconhecimento estendido
 - Quando comparado ao dos autômatos finitos
- Utilização de uma memória auxiliar
 - organizada na forma de uma pilha

Autômato de Pilha

- Pilha
 - estrutura de dados
 - de capacidade ilimitada
 - armazenar, consultar e remover símbolos de um alfabeto próprio
 - denominado alfabeto de pilha
 - LIFO - “last-in-first-out”

Autômato de Pilha

- Definição formal:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

- Q - é um conjunto finito de estados;
- Σ - é um alfabeto (finito e não-vazio) de entrada;
- Γ - é um alfabeto (finito e não-vazio) de pilha;
- δ - é uma função de transição
- q_0 - é o estado inicial
- Z_0 - é o símbolo inicial da pilha
- F - é o conjunto de estados finais de M

Movimentação

- Movimentação em uma dada configuração são determinadas a partir de três informações:
 - o seu estado corrente
 - o próximo símbolo presente na cadeia de entrada
 - o símbolo armazenado no topo da pilha
- Há a obrigatoriedade de se consultar o símbolo presente no topo da pilha em toda e qualquer transição efetuada pelo autômato

Movimentação

- Função δ composta por triplas (q, σ, γ) :
 - q estado corrente, σ símbolo lido, γ símbolo da pilha
- Cada elemento $\delta(q, \sigma, \gamma)$, da função:
 - pode conter zero, um ou mais elementos
 - 0: indica que não há possibilidade de movimentação a partir da configuração considerada
 - 1: a transição é determinística
 - Mais: a transição é não-determinística

Determinismo versus Não-Determinismo

- **Determinístico**
 - Quando todas as transições de um autômato de pilha são determinísticas
- **Não-determinístico**
 - Havendo pelo menos uma transição não-determinística

Determinismo versus Não-Determinismo

- Os autômatos de pilha não apresentam equivalência quanto à classe de linguagens que são capazes de reconhecer
- Os autômatos de pilha determinísticos são capazes de reconhecer apenas um subconjunto das linguagens livres de contexto

Configuração Final

- Critério de estado final
 - esgotamento da cadeia de entrada e também que o autômato atinja um estado final
 - conteúdo final da pilha é irrelevante
- Critério de pilha vazia
 - esgotamento da cadeia de entrada e também que a pilha tenha sido completamente esvaziada
 - não importando que o estado atingido seja final ou não-final

Exemplos

- Critério de aceitação de sentenças:

Esvaziamento da pilha

$$Q = \{q_0, q_1\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$\Gamma = \{Z_0, C\}$$

$$\delta = \{(q_0, a, Z_0) \rightarrow \{(q_0, CCZ_0)\},$$

$$(q_0, a, C) \rightarrow \{(q_0, CCC)\},$$

$$(q_0, b, Z_0) \rightarrow \{(q_1, Z_0)\},$$

$$(q_0, b, C) \rightarrow \{(q_1, C)\},$$

$$(q_1, c, C) \rightarrow \{(q_1, \varepsilon)\},$$

$$(q_1, \varepsilon, Z_0) \rightarrow \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$F = \emptyset$$

q_0 → estado inicial

Z_0 → símbolo inicial da pilha

Exemplo

- b
- abcc
- abccc

Exemplos

- Cadeias aceitas

Sentença: b

Movimentos: $(q_0, b, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Sentença: $abcc$

Movimentos: $(q_0, abcc, Z_0) \vdash (q_0, bcc, CCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCZ_0) \vdash (q_1, c, CZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Sentença: $aabcccc$

Movimentos: $(q_0, aabcccc, Z_0) \vdash (q_0, abcccc, CCZ_0) \vdash (q_0, bcccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, cccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCZ_0) \vdash (q_1, c, CZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Exemplos

- Cadeia não aceitas

Sentença: *abccc*

Movimentos:

$(q_0, abccc, Z_0) \vdash (q_0, bccc, CCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCZ_0) \vdash (q_1, cc, CZ_0) \vdash (q_1, c, Z_0)$

Sentença: *aabccc*

Movimentos: $(q_0, aabccc, Z_0) \vdash (q_0, abccc, CCZ_0) \vdash (q_0, bccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCCZ_0) \vdash (q_1, c, CCZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, CZ_0)$

Exemplos

- Critério de aceitação de sentenças:

Estado Final

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{a, c\}$$

$$\Gamma = \{Z_0, C\}$$

$$\delta = \{(q_0, a, Z_0) \rightarrow \{(q_1, CCZ_0), (q_2, CZ_0)\},$$

$$(q_1, a, C) \rightarrow \{(q_1, CCC)\},$$

$$(q_1, c, C) \rightarrow \{(q_3, \epsilon)\},$$

$$(q_2, a, C) \rightarrow \{(q_2, CC)\},$$

$$(q_2, c, C) \rightarrow \{(q_3, \epsilon)\},$$

$$(q_3, c, C) \rightarrow \{(q_3, \epsilon)\},$$

$$(q_3, \epsilon, Z_0) \rightarrow \{(q_4, Z_0)\}$$

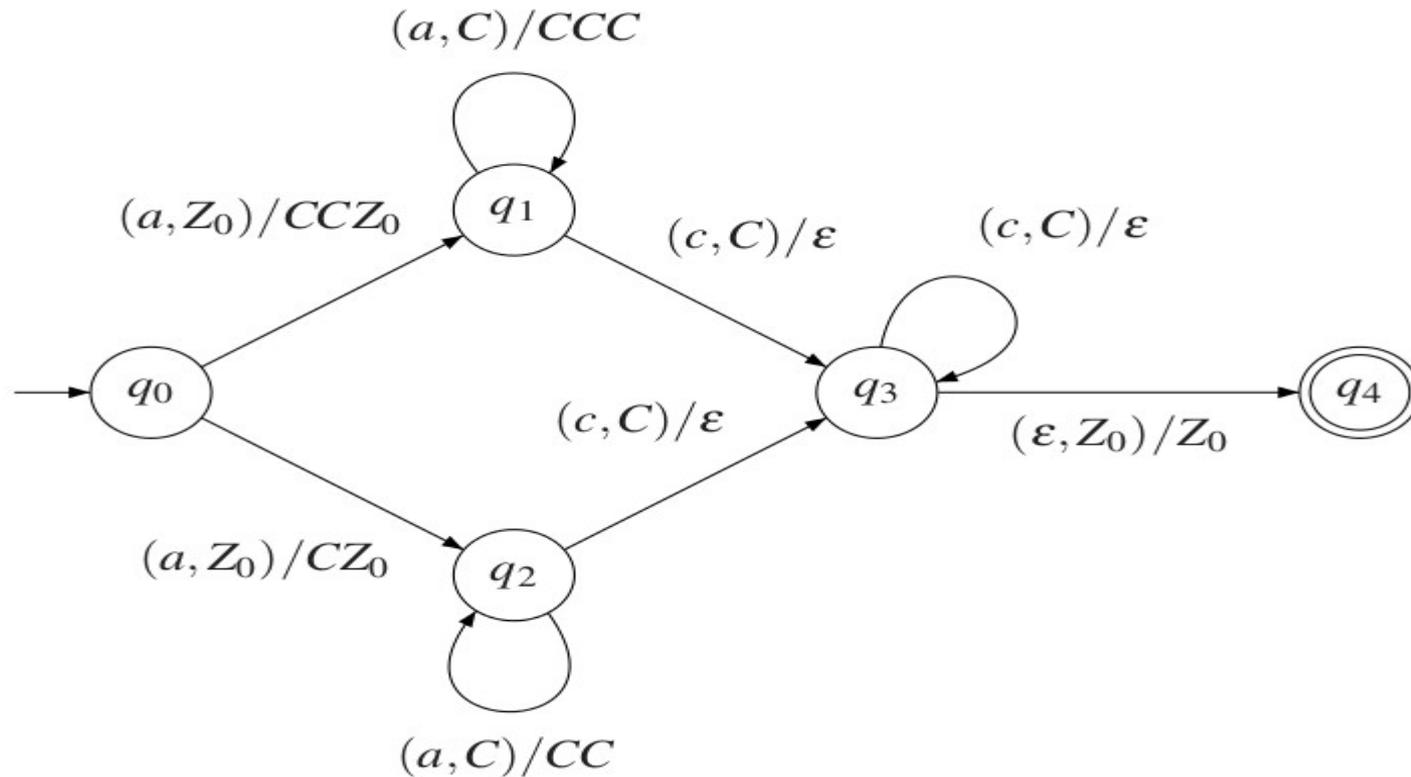
$$F = \{q_4\}$$

q_0 → estado inicial

Z_0 → símbolo inicial da pilha

Exemplos

- Diagrama de estados

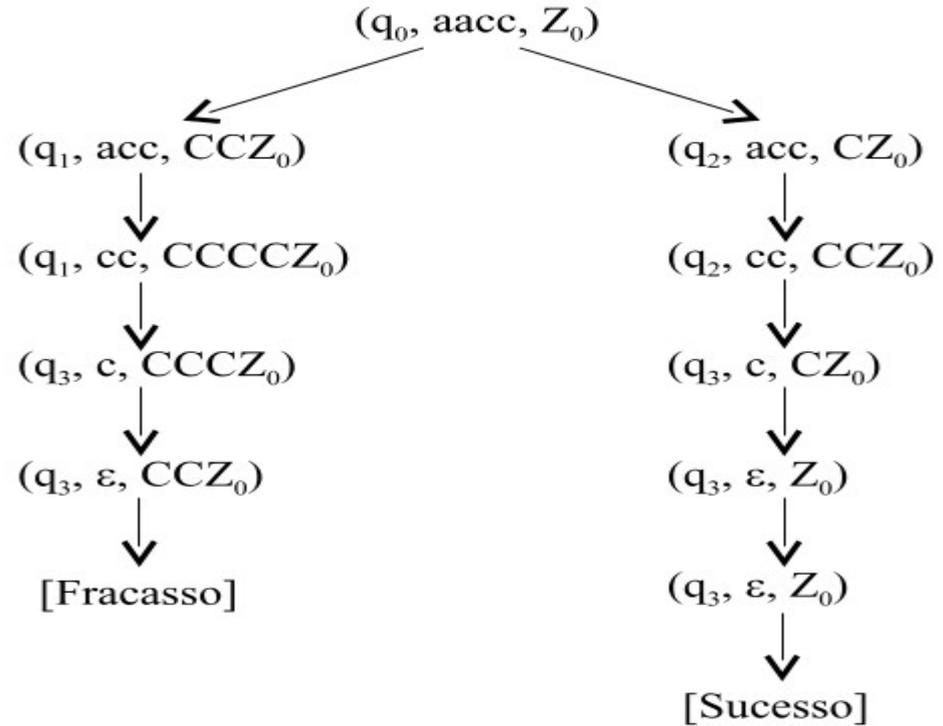


Exemplo

- aacc

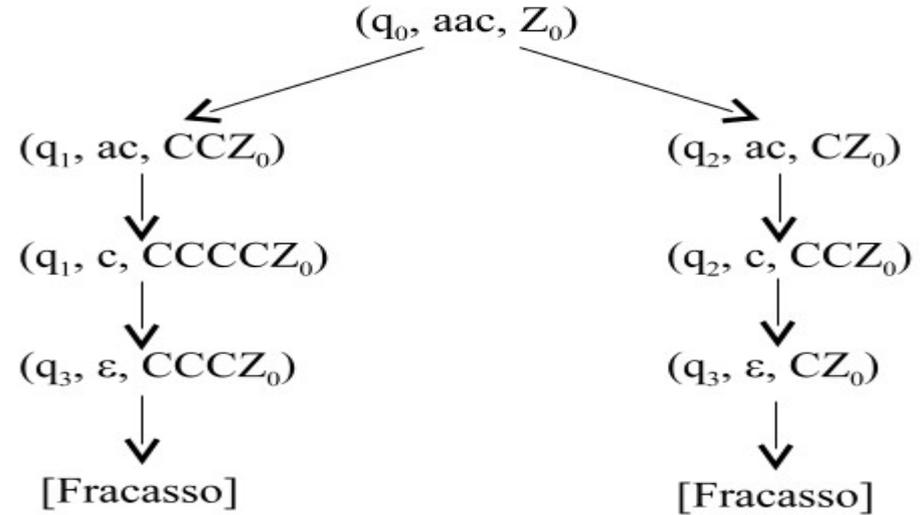
Exemplos

- Cadeia aceita:
 - Sentença: aacc



Exemplos

- Cadeia não aceita
 - Sentença: aac



Teorema

- “Seja G uma gramática livre de contexto. Então é possível definir um autômato de pilha não-determinístico M , com critério de aceitação baseado em pilha vazia, de modo que $V(M) = L(G)$.”